

Dominando Sistemas de Ecuaciones 2x2

La Caja de Herramientas Estratégica para tu Examen de Admisión



De un Desafío a Dos: La Necesidad de un Sistema

En el tema anterior, dominaste ecuaciones con una sola incógnita, como $3x + 5 = 17$. Resolvías una condición.

Pero, ¿qué sucede cuando un problema te impone **dos condiciones simultáneamente**?

$$3x + 5 = 17 \longrightarrow x = 4$$

Un número más
otro es 15

El segundo es el
doble del primero
menos 9

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

Necesitas una nueva caja de herramientas. Bienvenido a los Sistemas de Ecuaciones 2x2.

El Proyecto: Entendiendo el Sistema 2x2

La Definición Algebraica

El Código

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es un conjunto de dos condiciones que deben cumplirse al mismo tiempo. Buscamos el **par de valores** (x, y) que hace que ambas ecuaciones sean verdaderas.

Ejemplo Clásico (Nuestro Problema Guía):

Encontrar dos números que sumen 15 y que el menor sea 9 unidades menos que el doble del mayor.

↗ x = número mayor
↖ y = número menor

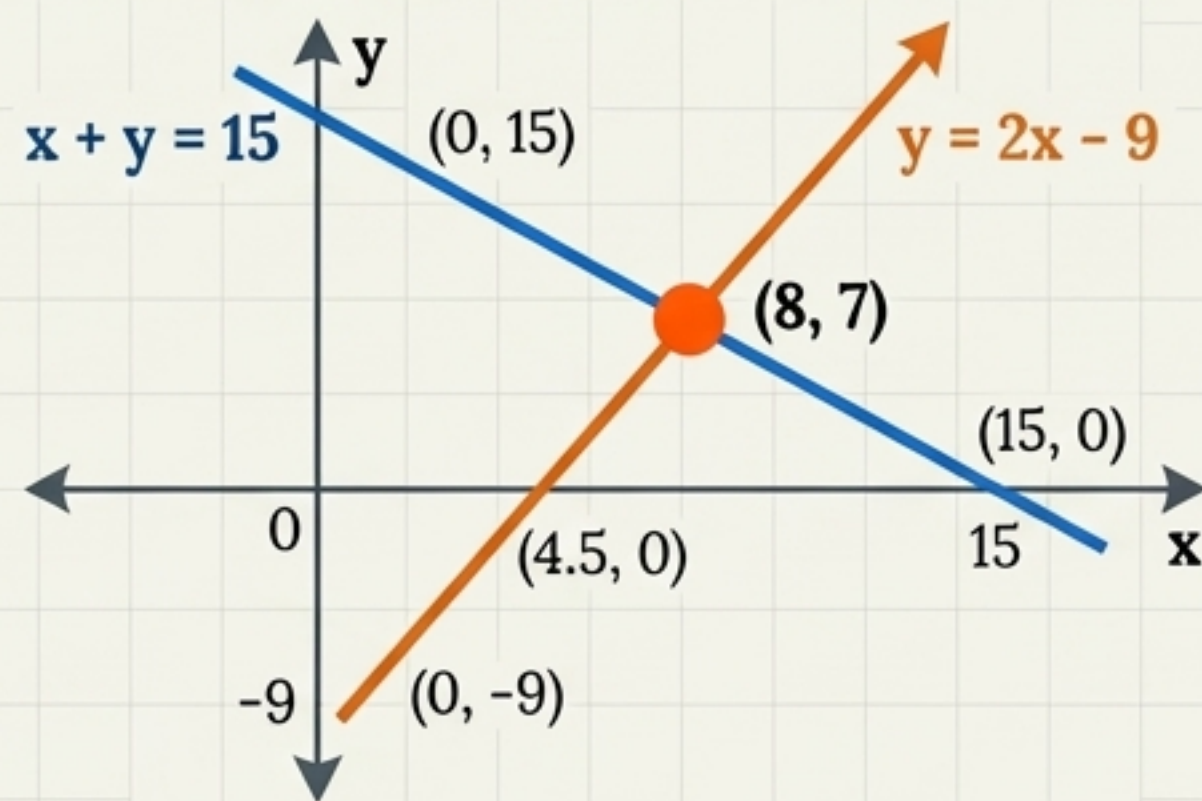
Final Sistema:

$$\begin{cases} x + y = 15; \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

La Interpretación Geométrica

El Plano

Piensa en cada ecuación como la instrucción para dibujar una recta en un plano cartesiano.



- Cada ecuación es una recta.
- **La solución del sistema es el punto exacto donde se cruzan las dos rectas.**
- Es como encontrar las coordenadas de un tesoro: necesitas la "latitud" (Ecuación 1) Y la "longitud" (Ecuación 2).

Tu Caja de Herramientas Estratégica

Para resolver cualquier sistema 2x2, tienes tres herramientas especializadas. El truco no es solo saber usarlas, sino saber **cuál elegir** para máxima velocidad y precisión en tu examen.

Sustitución



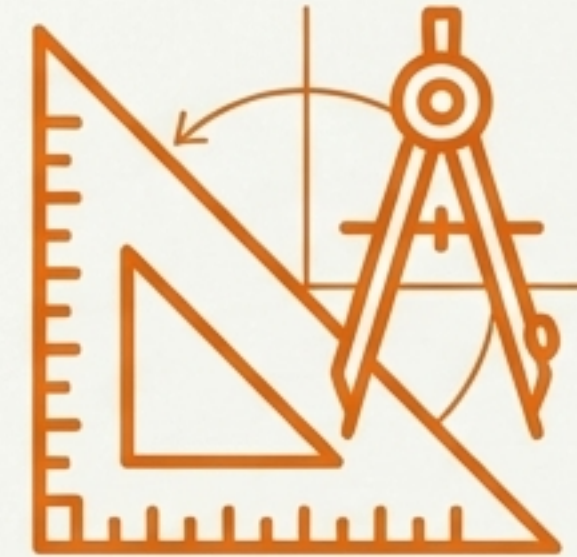
Despejar una variable en una ecuación y "reemplazarla" en la otra. Ideal para un ajuste preciso.

Eliminación



Sumar o restar las ecuaciones para "eliminar" una variable de un solo golpe. Potente y rápido.

Gráfico



Visualizar las ecuaciones como rectas y encontrar su punto de cruce. Excelente para entender la naturaleza de la solución.

Herramienta 1: Sustitución El Reemplazo Preciso

Problema Guía: $\{ x + y = 15 ; y = 2x - 9 \}$

1. **Identificar:** La variable 'y' ya está despejada en la segunda ecuación ($y = 2x - 9$).
2. **Sustituir:** Reemplazamos esta 'y' en la primera ecuación: $x + (2x - 9) = 15$
3. **Resolver para x:**
 $3x - 9 = 15 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$
4. **Resolver para y:** Usamos el valor de x en la ecuación más simple:
 $y = 15 - x \rightarrow y = 15 - 8 \rightarrow y = 7$
5. **Verificar:**
 $8 + 7 = 15$ ✓ y $7 = 2(8) - 9 = 16 - 9 = 7$ ✓

Estrategia de Examen

¿Cuándo usar Sustitución?

Úsala cuando una de las variables ya esté **despejada** (como $y = \dots$ o $x = \dots$) o sea muy fácil de despejar (coeficiente de 1 o -1).

Herramienta 2: Eliminación La Cancelación Rápida

Problema Guía (Reorganizado para el método) : $\{ x + y = 15 ; 2x - y = 9 \}$

1. **Alinear:** Escribir las ecuaciones una sobre otra, alineando las variables.
2. **Identificar Opuestos:** Observa que los coeficientes de 'y' son opuestos (+1y y -1y). ¡Son perfectos para eliminar!
 $x + y = 15 ; 2x - y = 9$
3. **Sumar Ecuaciones:** Suma las dos ecuaciones verticalmente:
$$\begin{array}{r} x + y = 15 \\ (x + y) + (2x - y) = 15 + 9 \\ \hline 3x = 24 \end{array}$$
4. **Eliminar y Resolver:** $3x = 24 \rightarrow x = 8.$
5. **Resolver para y:** Sustituye $x=8$ en la primera ecuación:
 $8 + y = 15 \rightarrow y = 7.$

Truco de Examen

¿Cuándo usar Eliminación?

Es el método más rápido cuando los coeficientes de una variable son **iguales u opuestos**. Si no lo son, busca si puedes multiplicar una ecuación por un número simple para que lo sean.

Herramienta 3: El Método Gráfico La Solución Visual

Problema Guía:
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$



1. Preparar para Graficar: Despeja 'y' en ambas ecuaciones (formato $y = mx + b$).

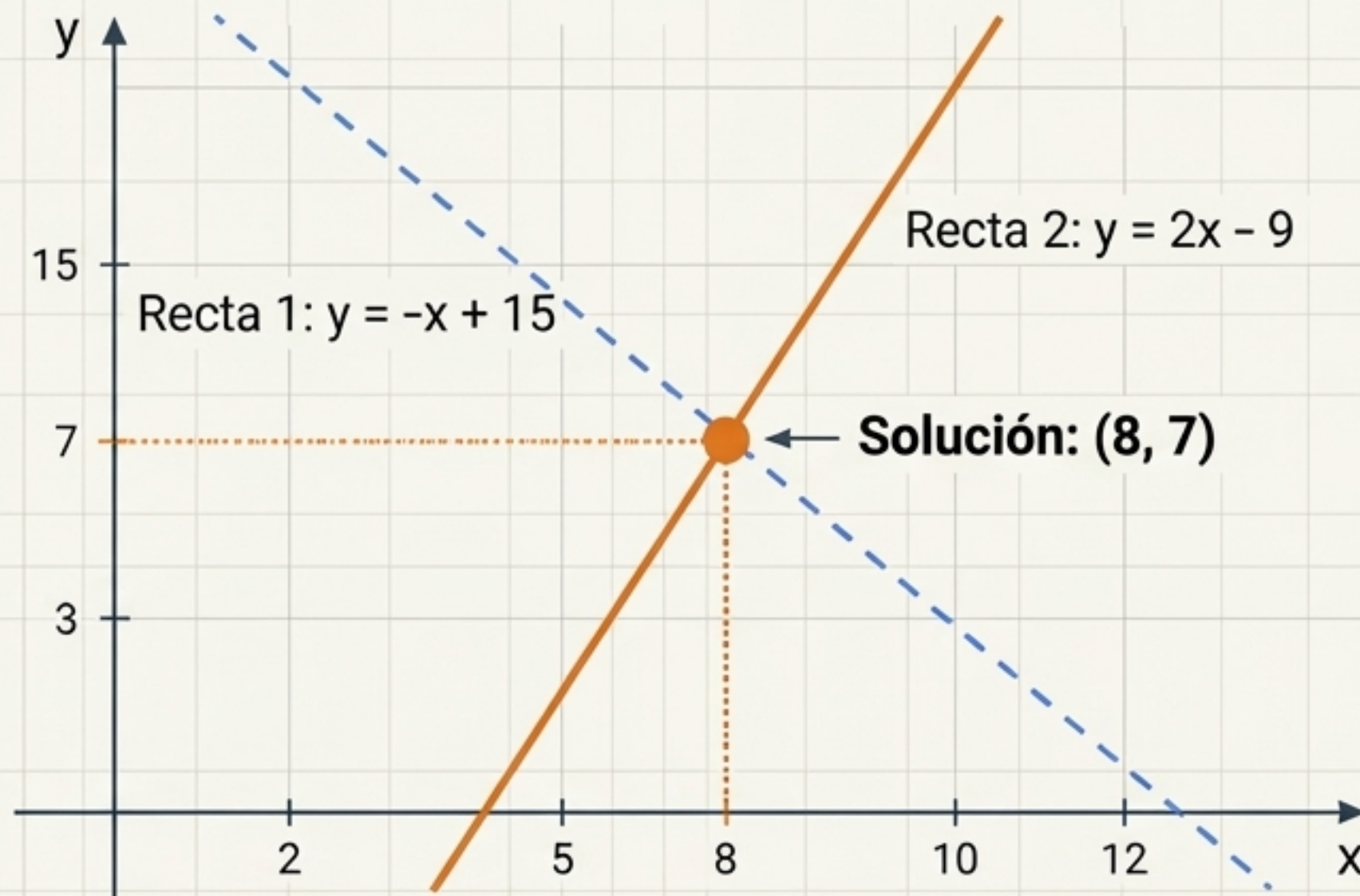
- Recta 1: $y = -x + 15$
- Recta 2: $y = 2x - 9$



2. Trazar las Rectas: Para cada recta, encuentra dos puntos y traza la línea que los une.



3. Localizar la Intersección: El punto donde las dos rectas se cruzan es la solución.



Estrategia de Examen

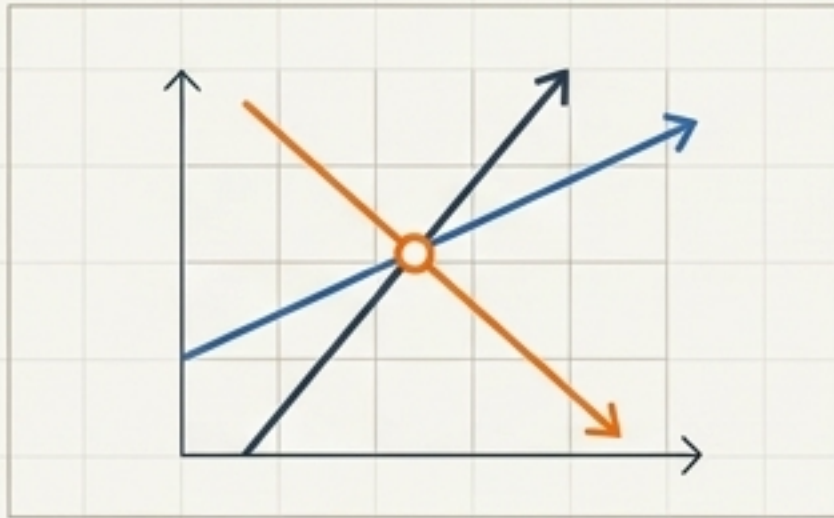
¿Cuándo usar el Método Gráfico?

Es menos común para resolver numéricamente en un examen, pero es **CRUCIAL** para entender qué tipo de solución tienes y para responder preguntas conceptuales.

El Significado de la Intersección: Los Tres Tipos de Sistemas

La forma en que las rectas interactúan en el plano te dice todo sobre la solución.

Sistema Consistente



Las rectas se cruzan en un solo punto.

Una única solución. (Este es el caso más común).

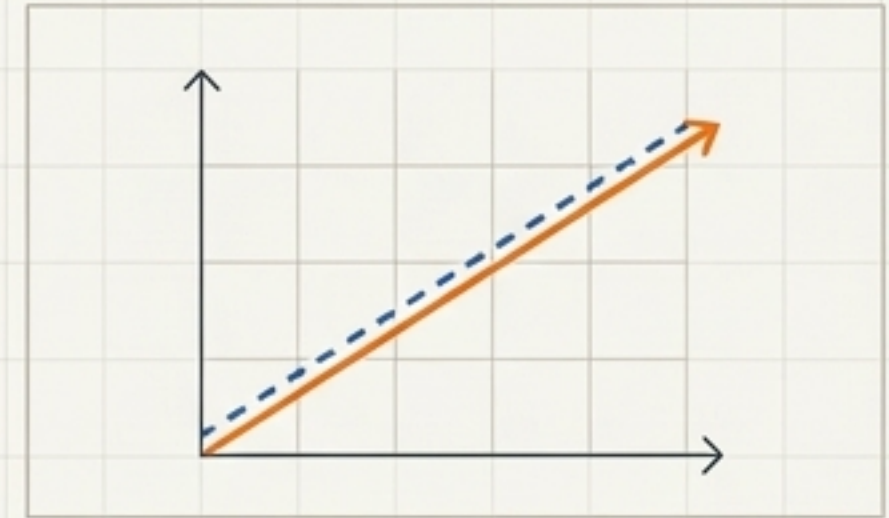
Sistema Inconsistente



Las rectas son paralelas. Nunca se cruzan.

No hay solución.




Sistema Dependiente



Ambas ecuaciones describen la misma recta.

Infinitas soluciones.

La Guía del Maestro: Eligiendo tu Herramienta

Herramienta	Ideal Para...	Estrategia Clave
 Sustitución	Ecuaciones donde una variable ya está despejada o es muy fácil de aislar (ej: $y = 3x - 1$).	Busca la variable "solitaria" y reemplázala .
 Eliminación	Ecuaciones donde las variables están alineadas y los coeficientes de una de ellas son opuestos o iguales (ej: $+2y$ y $-2y$).	¡Busca la oportunidad de sumar y cancelar ! Es tu vía rápida a la solución.
 Gráfico	Entender el tipo de solución (única, ninguna, infinitas) y para problemas que te piden interpretar una gráfica .	Usa este método mentalmente para visualizar el problema, pero resuelve numéricamente con los otros dos.

Prueba de Campo: Resolviendo un Problema Tipo Examen

Tema 2.7: Aplicación de Sistemas de Ecuaciones



El Problema Clásico:

En una granja donde sólo hay caballos y gallinas, se cuentan **116 patas** y **37 cabezas**.
¿Cuántos animales hay de cada tipo?



El Desafío Estratégico:


Tu misión: Traducir este texto a un sistema de ecuaciones y elegir la herramienta más eficiente para resolverlo en menos de **60 segundos**.

Paso 1: La Traducción del Lenguaje Cotidiano al Algebraico

El secreto está en identificar las dos cantidades totales (cabezas y patas) y las dos incógnitas (caballos y gallinas).

Definir Variables

-  c = número de caballos
-  g = número de gallinas

Ecuación de las Cabezas	 se cuentan ... 37 cabezas.	Ecuación 1: $c + g = 37$
Ecuación de las Patas	 se cuentan 116 patas. Los caballos tienen 4 patas, las gallinas 2.	Ecuación 2: $4c + 2g = 116$

El Sistema a Resolver

$$\begin{cases} c + g = 37 \\ 4c + 2g = 116 \end{cases}$$

Paso 2: Ejecución Rápida con la Herramienta Correcta

La Elección Estratégica

El método de **Eliminación** es ideal aquí. Podemos multiplicar la primera ecuación por **-2** para eliminar "g".

1. Preparar el Sistema

- Multiplicar Ecuación 1 **por -2**:

$$-2c - 2g = -74$$

- Mantener Ecuación 2:

$$4c + 2g = 116$$

2. Sumar y Eliminar

$$\begin{array}{r} (-2c - 2g) + (4c + 2g) = -74 + 116 \\ \hline 2c = 42 \end{array}$$

3. Resolver para 'c':

$$c = 21$$

4. Resolver para 'g':

$$21 + g = 37 \rightarrow g = 16$$

Solución Final

Respuesta: Hay **21 caballos** y **16 gallinas**.

Quick Verification:

Cabezas: `21 + 16 = 37` ✓

Patas: `4(21) + 2(16) = 84 + 32 = 116` ✓

El Proceso Infalible de 5 Pasos

1



IDENTIFICAR

Lee con calma. Subraya las **dos condiciones principales** y las **dos incógnitas** del problema.

2



ASIGNAR

Asigna una variable ('x', 'y' o una letra representativa como 'c', 'g') a cada una de las incógnitas.

3

$$\begin{cases} x = \frac{x}{3} \\ y = \\ z = \frac{s}{2} \end{cases}$$

PLANTEAR

Traduce cada condición a una ecuación matemática. Tendrás dos ecuaciones.

4



ELEGIR Y RESOLVER

Analiza el sistema. Elige el método más rápido (Sustitución o Eliminación) y resuelve para encontrar los valores.

5



VERIFICAR

Sustituye tus resultados en las ecuaciones originales O en el texto del problema. Este paso es tu seguro contra errores.

Zonas de Peligro: Errores Comunes a Evitar



La Trampa #1: Confundir las Variables

Error: "Asignar mal los valores al final (decir que $x=21$ son las gallinas)."

Solución: Al final, escribe tu respuesta en una oración completa: 'Hay 21 caballos y 16 gallinas'.



La Trampa #2: Plantear la Ecuación Incorrecta

Error: "Escribir $2c + 4g = 116$ en lugar de la forma correcta."

Solución: Vuelve a leer la oración original después de escribir la ecuación para asegurarte de que coincida lógicamente.



La Trampa #3: Olvidar la Verificación

Error: "Confiar ciegamente en tu cálculo y pasar a la siguiente pregunta."

Solución: La verificación toma 10 segundos y puede salvarte un punto valioso. ¡Hazla siempre!



La Trampa #4: No Simplificar

Error: "Trabajar con números grandes como en $4c + 2g = 116$ sin darte cuenta de que se puede simplificar."

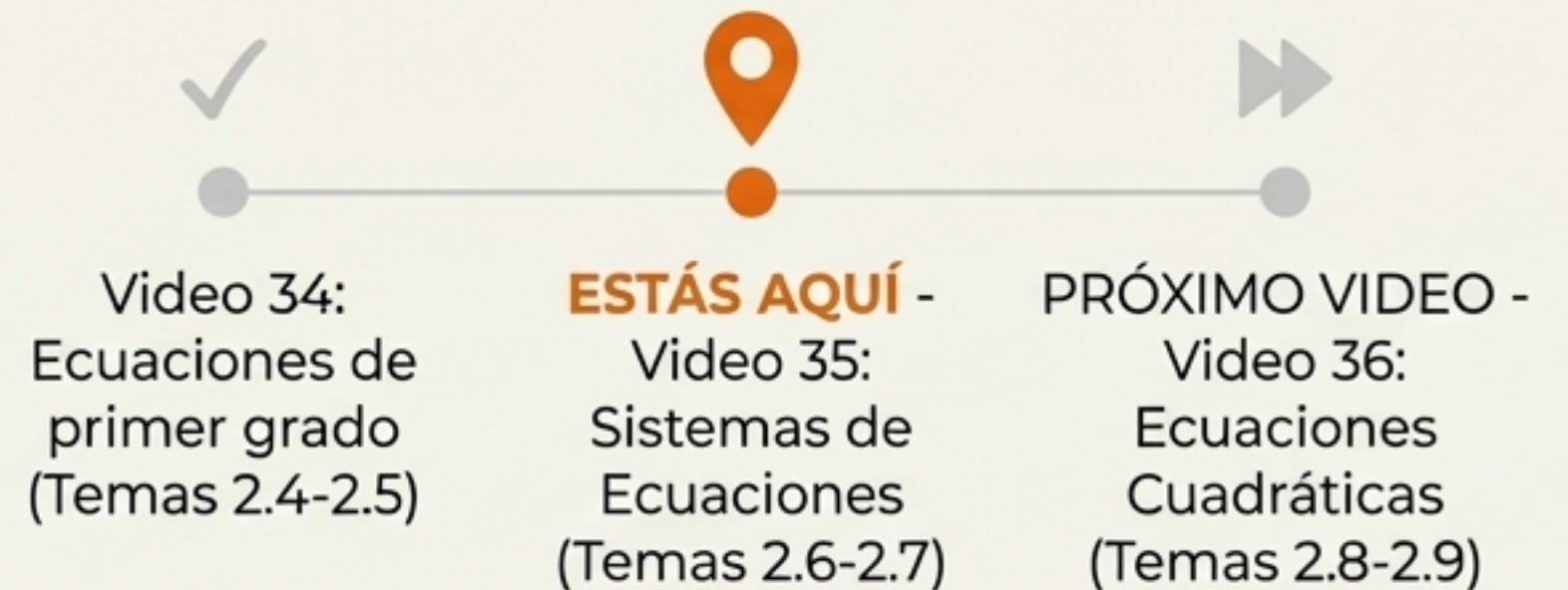
Solución: Si todos los términos en una ecuación son divisibles por el mismo número (en este caso, 2), ¡simplifícala primero! $2c + g = 58$.

Tu Hoja de Ruta al Éxito

Logros Desbloqueados (Temas 2.6-2.7)

- ✓ Comprendes qué es un sistema 2x2 algebraica y geoméricamente.
- ✓ Dominas las 3 herramientas de resolución: Sustitución, Eliminación y Gráfico.
- ✓ Sabes cuándo y por qué elegir la herramienta más eficiente.
- ✓ Puedes resolver un problema tipo examen en menos de un minuto.

Tu Progreso en el Temario Oficial



Has dominado el mundo lineal. Ahora, prepárate para entrar a la dimensión cuadrática. En el próximo video, abordaremos la resolución de ecuaciones de segundo grado.

Sigue construyendo tu dominio de las matemáticas. ¡Nos vemos en el Video 36!