

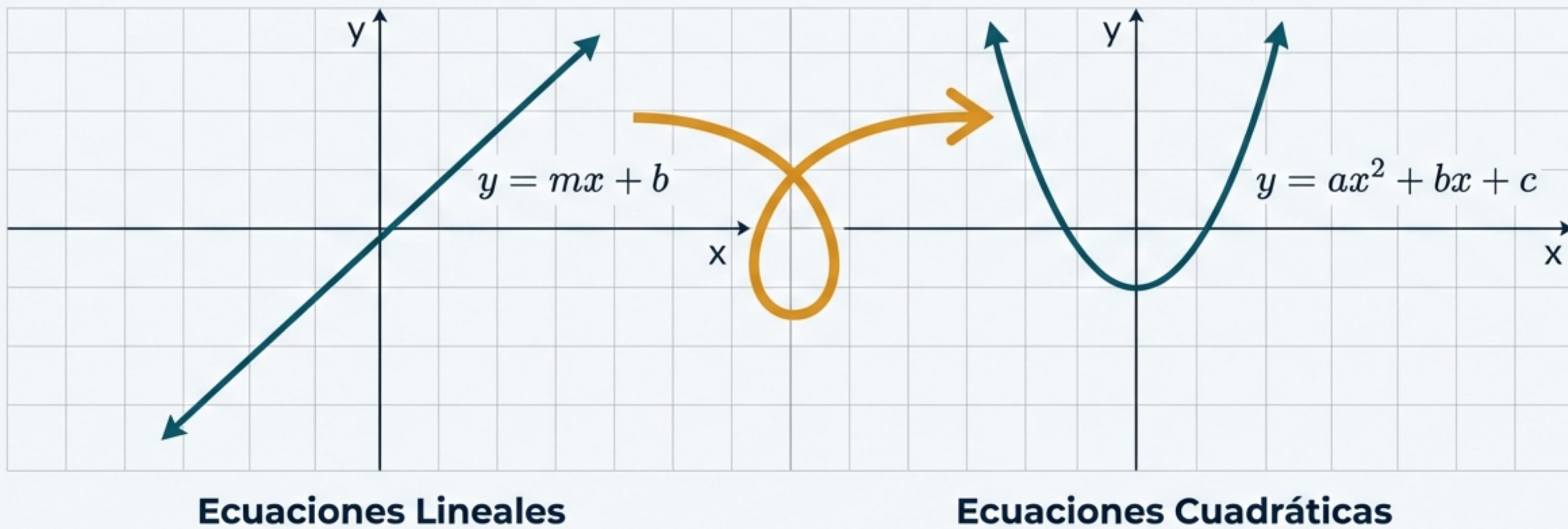
 SERIE: MATEMÁTICAS INTEGRAL
VIDEO 36

El Camino a la Maestría: Ecuaciones Cuadráticas

Domina los Temas 2.8 y 2.9 para tu examen de admisión IPN/UNAM.

Del Mundo Lineal al Curvilíneo

De las ecuaciones lineales (Video 34) y los sistemas de ecuaciones (Video 35), ahora damos un giro matemático fundamental. Entramos al mundo donde la variable está **elevada al cuadrado**.



Bienvenidos a las **ECUACIONES CUADRÁTICAS** - Temas 2.8 y 2.9.



Herramienta #1: Los Atajos del Álgebra (Productos Notables)

Los productos notables son fórmulas para multiplicar más rápido. La factorización es el *proceso inverso*: de una multiplicación a sus factores originales.

Los Tres Grandes (Memorizar para el examen):

1. BINOMIO AL CUADRADO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2. BINOMIOS CONJUGADOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

3. BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

La Ingeniería Inversa: Factorización en Acción

Ejemplo Práctico

Factorizar $x^2 + 5x + 6$



Buscamos dos números que al multiplicarse den +6 y al sumarse den +5.

$$(x + 2)(x + 3)$$



TRUCO PARA EL EXAMEN

Receta para Factorizar $x^2 + bx + c$

$$n_1 \times n_2$$

Encuentra dos
números que
MULTIPLIQUEN
 $\rightarrow c$

$$n_1 + n_2$$

Asegúrate que
esos mismos
números
SUMEN $\rightarrow b$

El Corazón del Desafío: Resolver $ax^2 + bx + c = 0$

FORMA GENERAL

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Siempre y cuando $a \neq 0$.

RUTA 1: FACTORIZACIÓN



Rápida e intuitiva, ideal para casos 'fáciles'.

RUTA 2: FÓRMULA GENERAL



El método universal, infalible y siempre funciona.



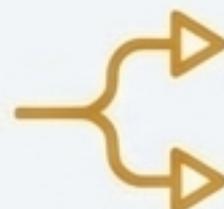
Ruta 1: La Vía Rápida de la Factorización

Ejemplo Guía: Resolver $x^2 - 5x + 6 = 0$



Receta de Solución

1. Factorizar la expresión. Se convierte en $(x - 2)(x - 3) = 0$.



2. Aplicar la propiedad del producto cero. Si $A \times B = 0$, entonces $A = 0$ ó $B = 0$



3. Despejar las soluciones

$$x - 2 = 0 \longrightarrow x = 2$$

$$x - 3 = 0 \longrightarrow x = 3$$



4. Verificar (opcional pero recomendado) Se sustituye una solución en la ecuación original.

$$2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 \checkmark$$

Ruta 2: La Llave Maestra (Fórmula General)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Aplicación al Mismo Ejemplo

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

1. Identificar coeficientes: **a=1** (blue), **b=-5** (red), **c=6** (green).
2. Calcular el discriminante (Δ): $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$.
3. Sustituir y aplicar: $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2(1)} = \frac{5 \pm 1}{2}$.
4. Obtener las dos soluciones: $x_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3$, $x_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2$



¡Las soluciones coinciden perfectamente con el método de factorización!



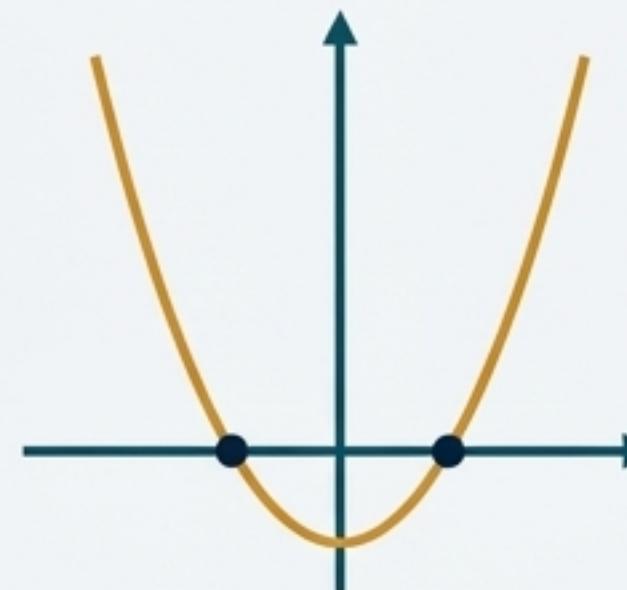
El Discriminante: El Oráculo que Predice las Soluciones

El valor del discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ te dice **cuántas soluciones reales** tiene la ecuación y cómo se ve su gráfica.

$\Delta > 0$ (Positivo)

Resultado Algebraico:
DOS soluciones reales y distintas.

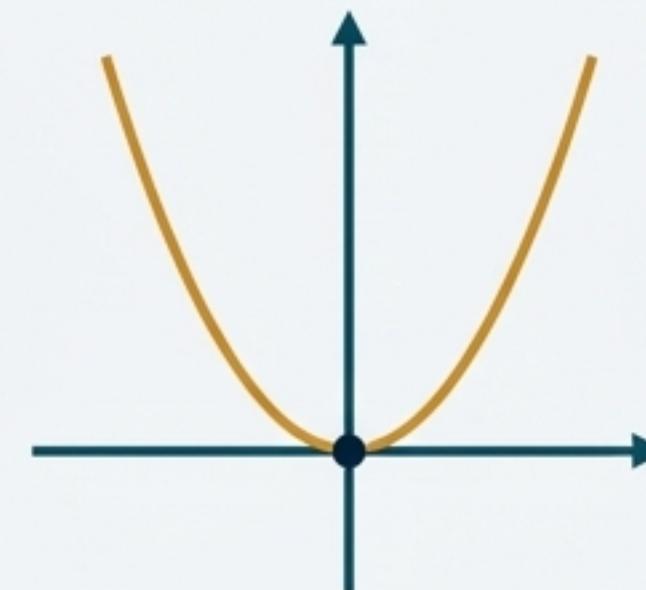
Interpretación Geométrica:
La parábola **corta** el eje X en 2 puntos.



$\Delta = 0$ (Cero)

Resultado Algebraico:
UNA única solución real (llamada doble).

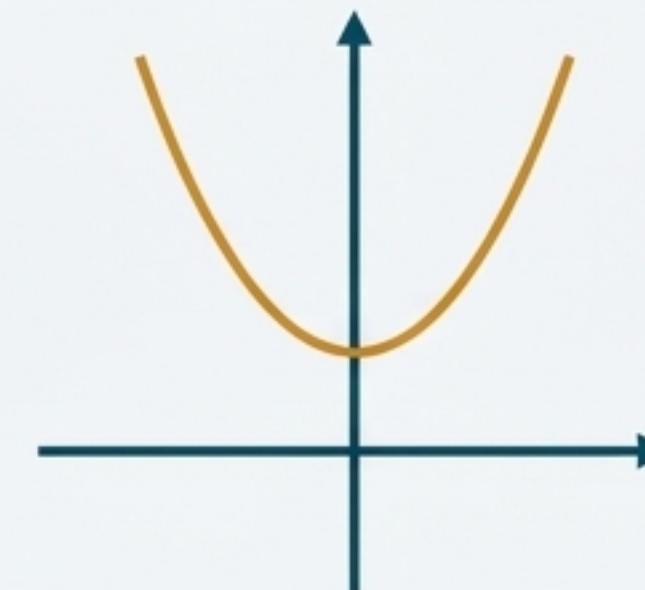
Interpretación Geométrica:
La parábola **toca** el eje X en 1 solo punto (su vértice).



$\Delta < 0$ (Negativo)

Resultado Algebraico:
CERO soluciones en los números reales.

Interpretación Geométrica:
La parábola **NO toca** el eje X. Flota por encima o por debajo.



Ver para Creer: Las Soluciones son los Puntos de Cruce

Cada solución de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ corresponde a un punto donde la gráfica de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ cruza el eje horizontal (eje X).

Ejemplo Concreto

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Paso 1: Calcular Discriminante

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$$



Como $\Delta > 0$, esperamos dos soluciones.

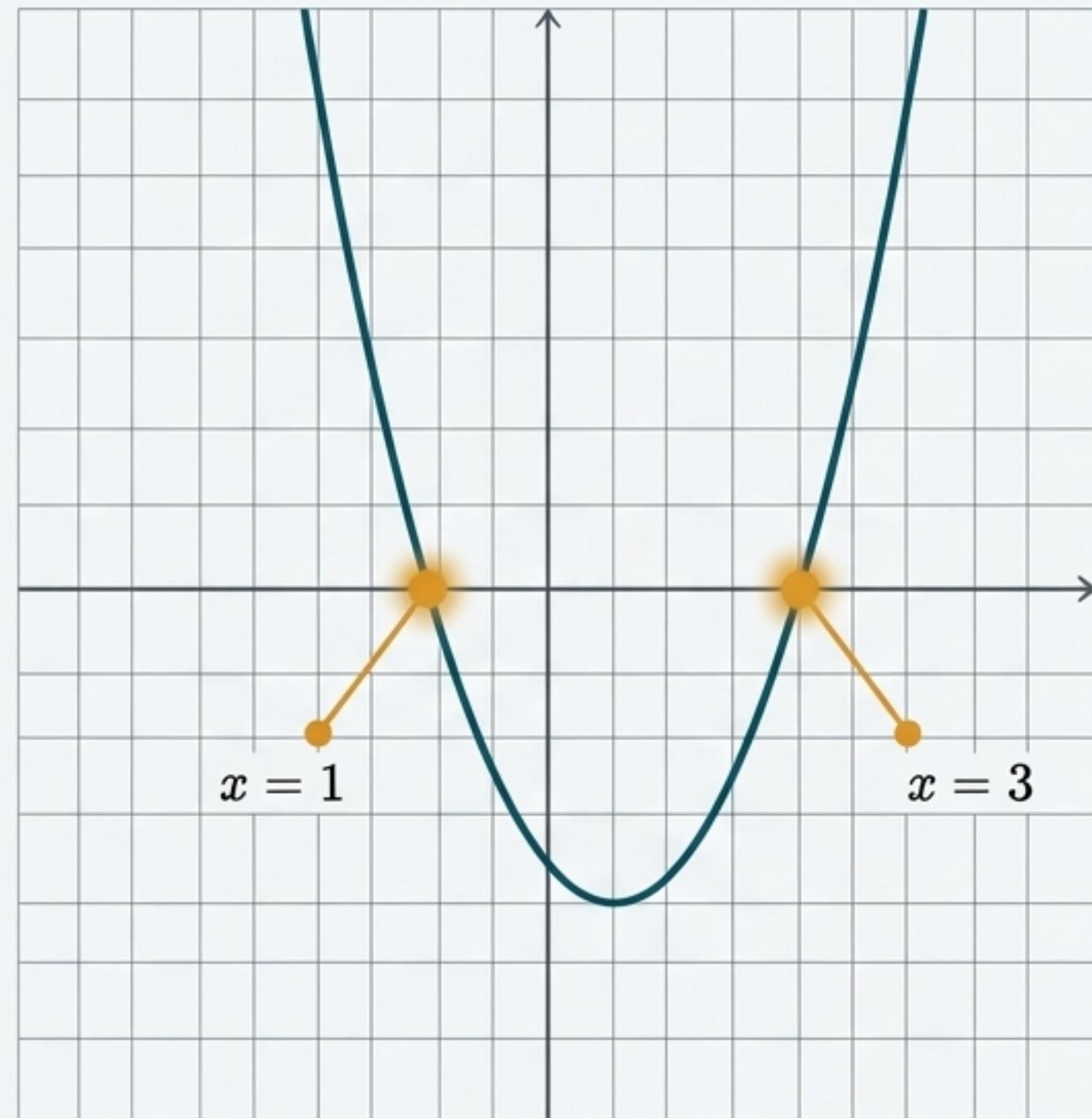
Paso 2: Resolver (por factorización)

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

Paso 3: Soluciones

$$x = 1$$

$$x = 3$$





El Desafío Final: Ejercicio Tipo Examen (45 Segundos)



El Problema: Resuelve la ecuación: $2x^2 - 8x + 6 = 0$

Resolución Estratégica Cronometrada

Simplificar (¡Siempre primero!): Dividir toda la ecuación entre 2 $\rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ (10s)

Elegir el Método: La factorización parece sencilla. (5s)

Buscar los Números: Dos números que multipliquen $+3$ y sumen -4 . Son -1 y -3 . (10s)

Factorizar y Resolver: $(x - 1)(x - 3) = 0$ (10s)

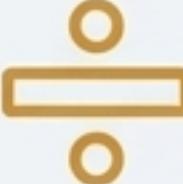
Declarar las Respuestas: $x_1 = 1, x_2 = 3$ (5s)

Verificación Mental Rápida: $2(1)^2 - 8(1) + 6 = 2 - 8 + 6 = 0 \checkmark$ (5s)

Tu Estrategia de Examen en 4 Pasos

No solo resuelvas, ataca el problema con un plan.

El Plan de Ataque

1 

SIMPLIFICA

Si todos los coeficientes (a, b, c) son divisibles por un mismo número, hazlo. Es el paso más importante para ahorrar tiempo.

2 

INTENTA FACTORIZAR

Dedica 10-15 segundos a buscar los dos números. Si no los encuentras rápido, no pierdas tiempo.

3 

USA LA FÓRMULA GENERAL

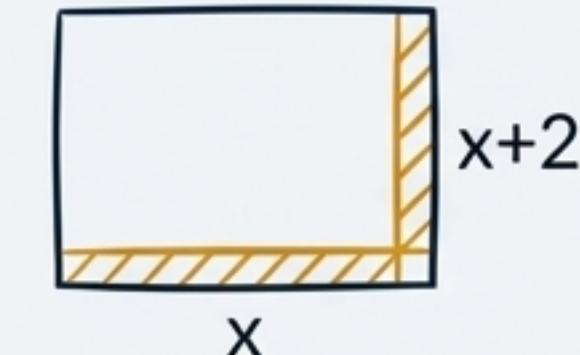
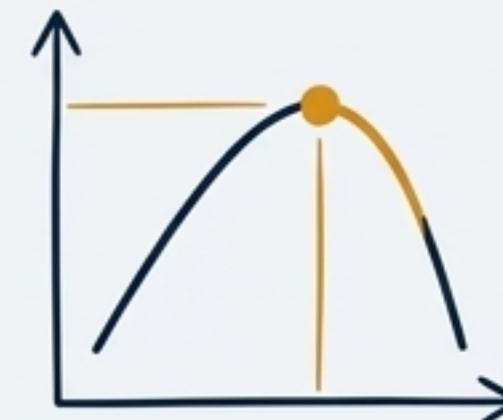
Si la factorización no es obvia, acude a tu herramienta más confiable. Es segura y siempre funciona.

4 

VERIFICA CON Δ

Si una pregunta solo pide cuántas soluciones hay, calcula únicamente el discriminante ($b^2 - 4ac$). No necesitas resolver toda la ecuación.

Más Allá del Aula: ¿Dónde Viven las Ecuaciones Cuadráticas?



FÍSICA Y MOVIMIENTO

La trayectoria de un proyectil (una pelota, un cohete) sigue una parábola.

$$\text{altura} = -5t^2 + vt + h$$

ECONOMÍA Y NEGOCIOS

Las funciones de costo y ganancia a menudo son cuadráticas para encontrar el punto de máxima rentabilidad.

$$\text{Ganancia} = -x^2 + 50x - 100$$

INGENIERÍA Y GEOMETRÍA

El cálculo de áreas que involucran dimensiones variables.

$$\text{Área} = x(x+2)$$

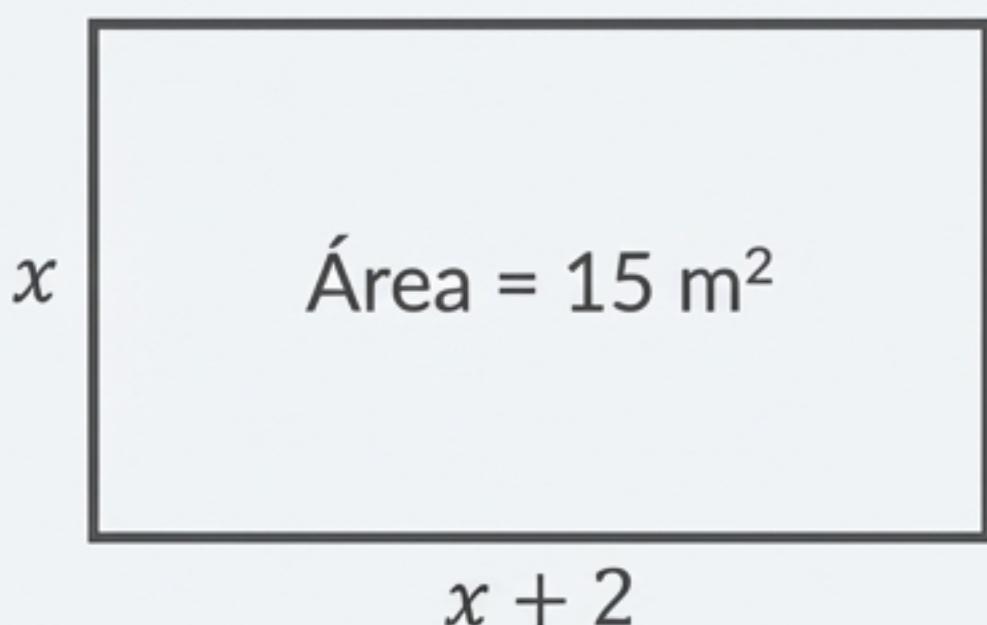
El Reto Aplicado: De Palabras a Ecuaciones

El Problema

El área de un rectángulo es de 15 m^2 . Si el largo mide 2 metros más que el ancho, ¿cuáles son sus dimensiones?

Solución Express

- Definir Variables:** Ancho = x , Largo = $x + 2$.
- Plantear la Ecuación:** Área = largo \times ancho $\rightarrow 15 = (x + 2)x$.
- Forma General:** $x^2 + 2x - 15 = 0$.
- Resolver (Factorización):** $(x + 5)(x - 3) = 0$.
- Elegir Solución Lógica:** Las soluciones son $x = -5$ y $x = 3$.
Como una dimensión no puede ser negativa, la única solución válida es $x = 3$.
- Respuesta Final:** Ancho = 3m, Largo = 5m.
(Verificación: $3 \times 5 = 15$ ✓)



Tu Panel de Control para el Día del Examen

🚫 Errores Frecuentes a Evitar

- Olvidar los signos en la fórmula general (especialmente con $‐b$ y b^2).
- No simplificar la ecuación antes de empezar, perdiendo tiempo valioso.
- Calcular la solución completa cuando solo te preguntan cuántas soluciones hay (usa Δ).
- Olvidar que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

✓ Estrategias Infalibles

1. **IDENTIFICAR:** ¿Es realmente cuadrática (grado 2)?
2. **SIMPLIFICA:** Divide por el factor común más grande.
3. **DECIDIR:** ¿Factorización (rápido) o Fórmula General (seguro)?
4. **VERIFICAR:** Si el tiempo lo permite, sustituye una de tus respuestas en la ecuación original.



PRO-TIP PARA OPCIÓN MÚLTIPLE

Si el examen te da las posibles respuestas (incisos a, b, c, d), a veces es más rápido **sustituir las opciones en la ecuación** para ver cuál funciona, en lugar de resolverla desde cero.

Has Conquistado la Curva: Tu Progreso y lo que Sigue

Resumen de Logros

- Productos notables y factorización dominados.
- Dos métodos para resolver cualquier ecuación cuadrática.
- Interpretación geométrica y el poder del discriminante comprendidos.
- Problema tipo examen resuelto con estrategia y velocidad.

Suscríbete y activa la campanita para el Video 37.



Tu Mapa de Progreso

Video 35: Sistemas (2.6-2.7)

 **Video 36: Cuadráticas (2.8-2.9)**

SIGUIENTE →

Video 37: Proporcionalidad (2.10-2.11)

Avance del Próximo Tema

De las curvas matemáticas pasamos a las relaciones proporcionales. Prepárate para dominar las reglas de tres y su representación en el plano cartesiano.

 **Recursos Adicionales:** cyberedumx.com/cuadraticas

 **Contacto:** JoseLuisGlez@cyberedumx.com |  **WhatsApp:** 55 2722 0261

NotebookLM