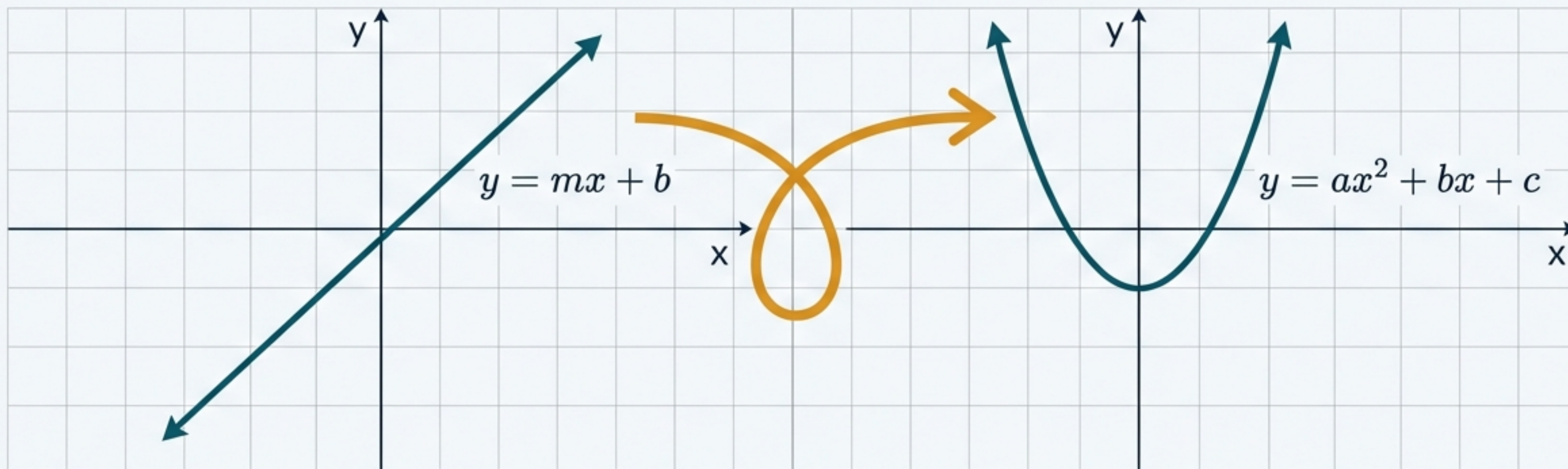
 SERIE: MATEMÁTICAS INTEGRAL
VIDEO 36

El Camino a la Maestría: Ecuaciones Cuadráticas

Domina los Temas 2.8 y 2.9 para tu examen de admisión IPN/UNAM.

Del Mundo Lineal al Curvilíneo

De las ecuaciones lineales (Video 34) y los sistemas de ecuaciones (Video 35), ahora damos un giro matemático fundamental. Entramos al mundo donde la variable está **elevada al cuadrado**.



Ecuaciones Lineales

Ecuaciones Cuadráticas



Bienvenidos a las **ECUACIONES CUADRÁTICAS** - Temas 2.8 y 2.9.



Herramienta #1: Los Atajos del Álgebra (Productos Notables)

Los productos notables son fórmulas para multiplicar más rápido. La factorización es el **proceso inverso**: de una multiplicación a sus factores originales.

Los Tres Grandes (Memorizar para el examen):

1. BINOMIO AL CUADRADO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2. BINOMIOS CONJUGADOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

3. BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

La Ingeniería Inversa: Factorización en Acción

Ejemplo Práctico

Factorizar $x^2 + 5x + 6$



Buscamos dos números que al multiplicarse den +6 y al sumarse den +5.

$$(x + 2)(x + 3) \quad \checkmark$$

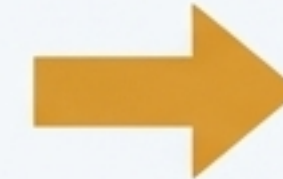


TRUCO PARA EL EXAMEN

Receta para Factorizar $x^2 + bx + c$

$$(n_1) \times (n_2)$$

Encuentra dos
números que
MULTIPLIQUEN
 $\rightarrow c$



$$(n_1) + (n_2)$$

Asegúrate que
esos mismos
números
SUMEN $\rightarrow b$

El Corazón del Desafío: Resolver $ax^2 + bx + c = 0$

FORMA GENERAL

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Siempre y cuando $a \neq 0$.

RUTA 1: FACTORIZACIÓN



Rápida e intuitiva, ideal para casos 'fáciles'.

RUTA 2: FÓRMULA GENERAL



El método universal, infalible y siempre funciona.

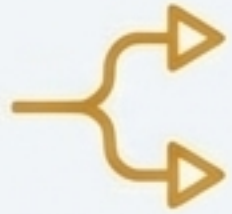
Ruta 1: La Vía Rápida de la Factorización

Ejemplo Guía: Resolver $x^2 - 5x + 6 = 0$



Receta de Solución

1. Factorizar la expresión. Se convierte en $(x - 2)(x - 3) = 0$.



2. Aplicar la propiedad del producto cero. Si $A \times B = 0$, entonces $A = 0$ ó $B = 0$



3. Despejar las soluciones

$$x - 2 = 0 \longrightarrow x = 2$$

$$x - 3 = 0 \longrightarrow x = 3$$



4. Verificar (opcional pero recomendado) Se sustituye una solución en la ecuación original.

$$2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 \checkmark$$

Ruta 2: La Llave Maestra (Fórmula General)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Aplicación al Mismo Ejemplo

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

1. Identificar coeficientes: $a=1$ (blue), $b=-5$ (red), $c=6$ (green).
2. Calcular el discriminante (Δ): $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$.
3. Sustituir y aplicar: $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2(1)} = \frac{5 \pm 1}{2}$.
4. Obtener las dos soluciones: $x_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3$, $x_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2$



¡Las soluciones coinciden perfectamente con el método de factorización!



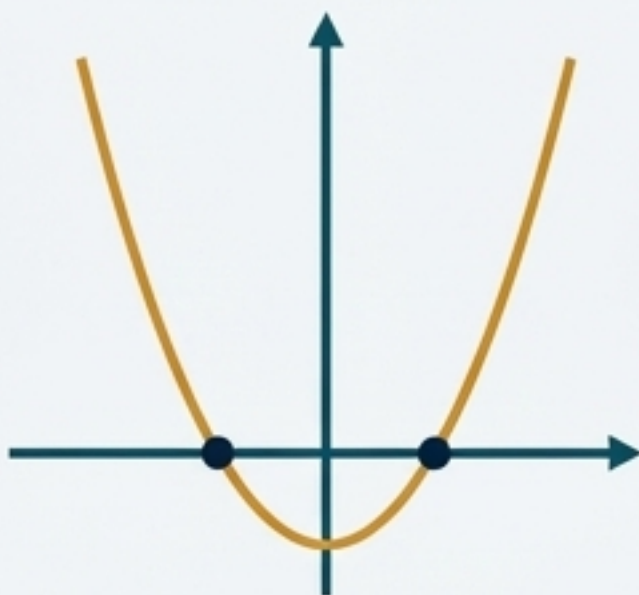
El Discriminante: El Oráculo que Predice las Soluciones

El valor del discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ te dice **cuántas soluciones reales** tiene la ecuación y cómo se ve su gráfica.

$\Delta > 0$ (Positivo)

Resultado Algebraico:
DOS soluciones reales y distintas.

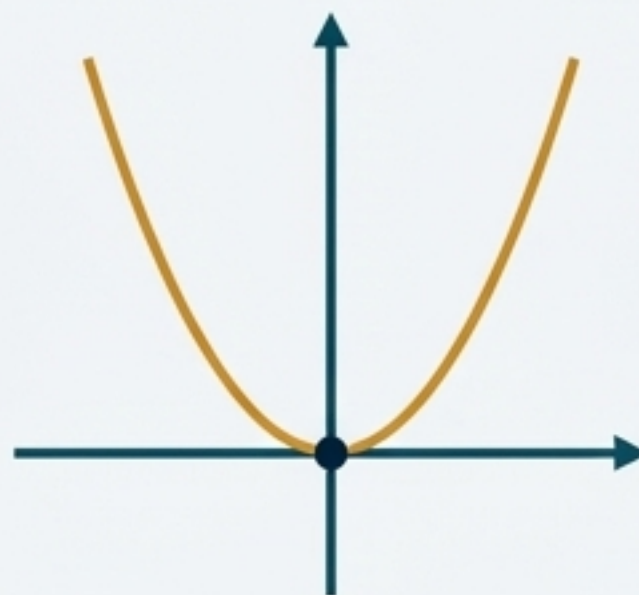
Interpretación Geométrica:
La parábola **corta** el eje X en 2 puntos.



$\Delta = 0$ (Cero)

Resultado Algebraico:
UNA única solución real (llamada doble).

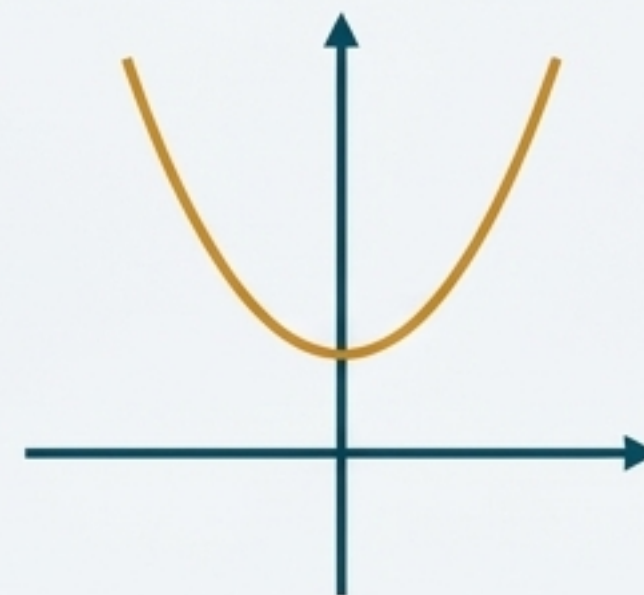
Interpretación Geométrica:
La parábola **toca** el eje X en 1 solo punto (su vértice).



$\Delta < 0$ (Negativo)

Resultado Algebraico:
CERO soluciones en los números reales.

Interpretación Geométrica:
La parábola **NO toca** el eje X. Flota por encima o por debajo.



Ver para Creer: Las Soluciones son los Puntos de Cruce

Cada solución de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ corresponde a un punto donde la gráfica de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ cruza el eje horizontal (eje X).

Ejemplo Concreto

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Paso 1: Calcular Discriminante

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$$

💡 Como $\Delta > 0$, esperamos dos soluciones.

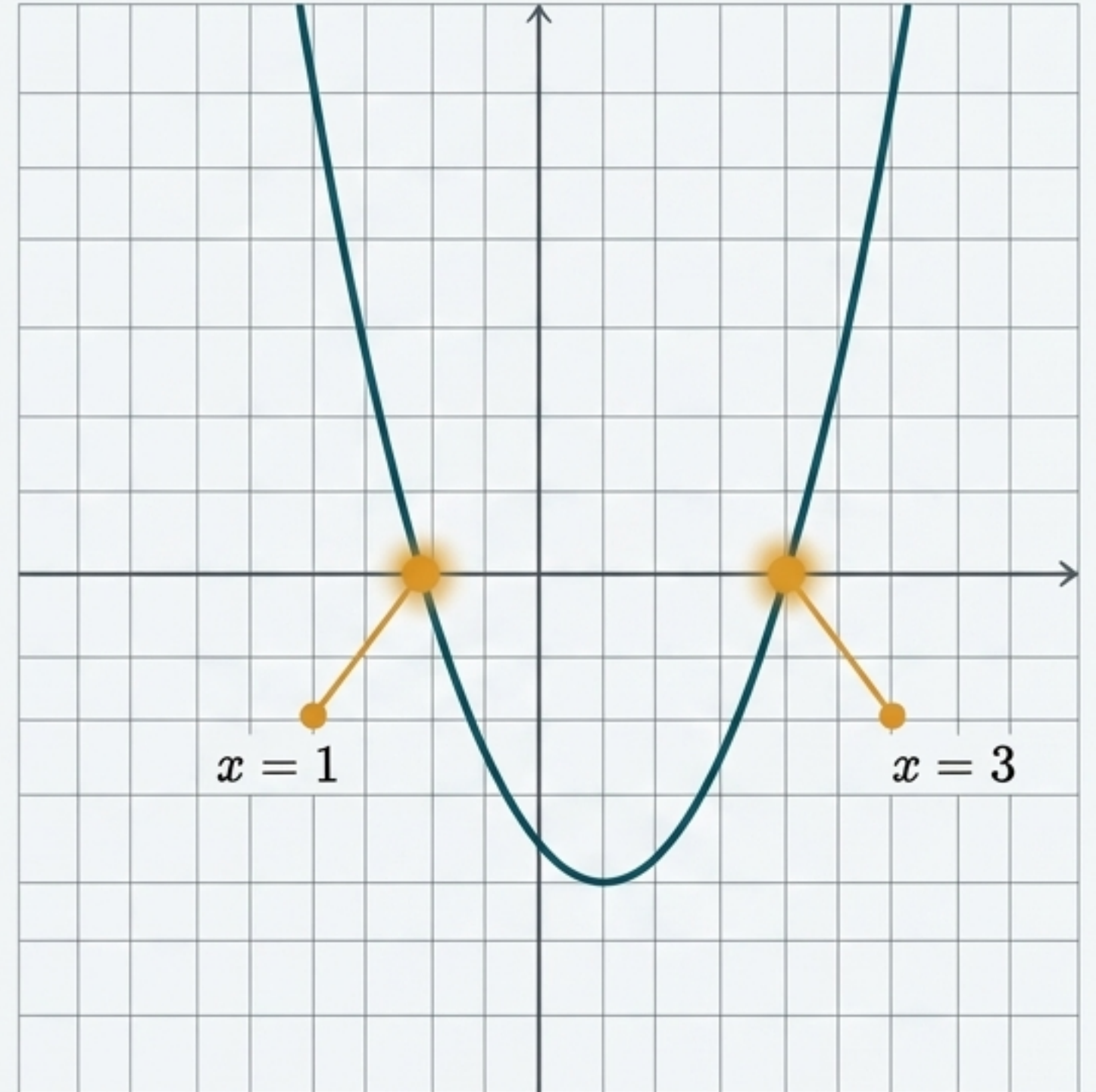
Paso 2: Resolver (por factorización)

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

Paso 3: Soluciones

$$x = 1$$

$$x = 3$$



🏆 El Desafío Final: Ejercicio Tipo Examen (45 Segundos)



El Problema: Resuelve la ecuación: $2x^2 - 8x + 6 = 0$

Resolución Estratégica Cronometrada

Simplificar (¡Siempre primero!): Dividir toda la ecuación entre 2 $\rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ (10s)

Elegir el Método: La factorización parece sencilla. (5s)

Buscar los Números: Dos números que multipliquen +3 y sumen -4. Son -1 y -3. (10s)

Factorizar y Resolver: $(x - 1)(x - 3) = 0$ (10s)

Declarar las Respuestas: $x_1 = 1, x_2 = 3$ (5s)

Verificación Mental Rápida: $2(1)^2 - 8(1) + 6 = 2 - 8 + 6 = 0 \checkmark$ (5s)

Tu Estrategia de Examen en 4 Pasos

No solo resuelvas, ataca el problema con un plan.

El Plan de Ataque



SIMPLIFICA

Si todos los coeficientes (a, b, c) son divisibles por un mismo número, hazlo. Es el paso más importante para ahorrar tiempo.



INTENTA FACTORIZAR

Dedica 10-15 segundos a buscar los dos números. Si no los encuentras rápido, no pierdas tiempo.



USA LA FÓRMULA GENERAL

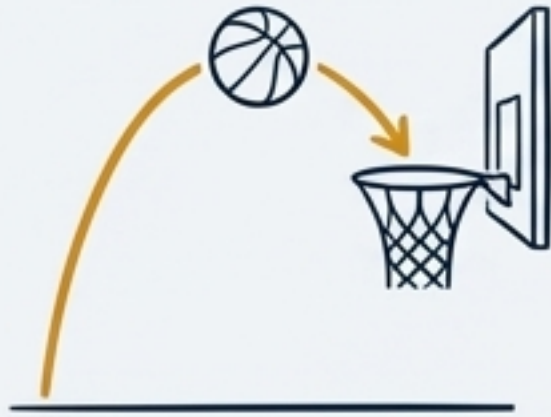
Si la factorización no es obvia, acude a tu herramienta más confiable. Es segura y siempre funciona.



VERIFICA CON Δ

Si una pregunta solo pide cuántas soluciones hay, calcula únicamente el discriminante ($b^2 - 4ac$). No necesitas resolver toda la ecuación.

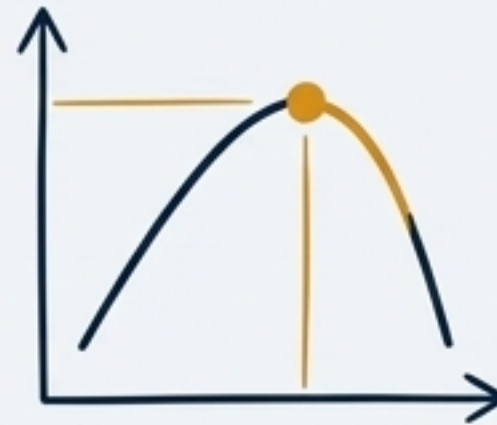
Más Allá del Aula: ¿Dónde Viven las Ecuaciones Cuadráticas?



FÍSICA Y MOVIMIENTO

La trayectoria de un proyectil (una pelota, un cohete) sigue una parábola.

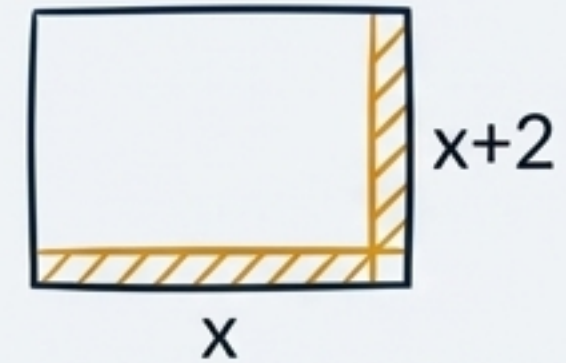
$$\text{'altura} = -5t^2 + vt + h\text{'}$$



ECONOMÍA Y NEGOCIOS

Las funciones de costo y ganancia a menudo son cuadráticas para encontrar el punto de máxima rentabilidad.

$$\text{'Ganancia} = -x^2 + 50x - 100\text{'}$$



INGENIERÍA Y GEOMETRÍA

El cálculo de áreas que involucran dimensiones variables.

$$\text{'Área} = x(x+2)\text{'}$$

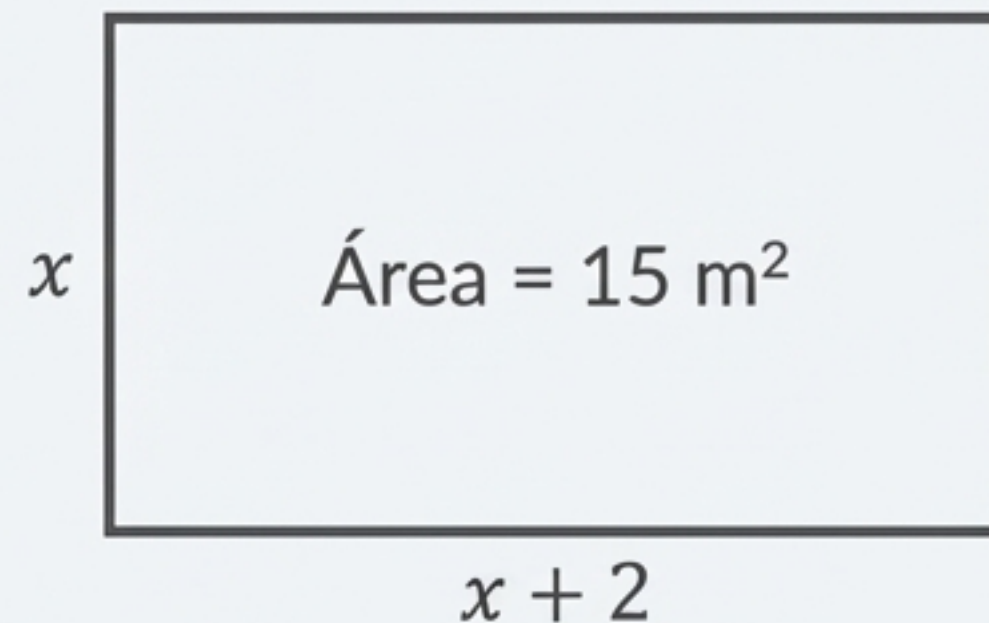
El Reto Aplicado: De Palabras a Ecuaciones

El Problema

El área de un rectángulo es de 15 m^2 . Si el largo mide 2 metros más que el ancho, ¿cuáles son sus dimensiones?

Solución Express

1. **Definir Variables:** Ancho = x , Largo = $x + 2$.
2. **Plantear la Ecuación:** Área = largo \times ancho $\rightarrow 15 = (x + 2)x$.
3. **Forma General:** $x^2 + 2x - 15 = 0$.
4. **Resolver (Factorización):** $(x + 5)(x - 3) = 0$.
5. **Elegir Solución Lógica:** Las soluciones son $x = -5$ y $x = 3$.
Como una dimensión no puede ser negativa, la única solución válida es $x = 3$.
6. **Respuesta Final:** Ancho = 3m , Largo = 5m .
(Verificación: $3 \times 5 = 15$ ✓)



Tu Panel de Control para el Día del Examen

Errores Frecuentes a Evitar

- Olvidar los signos en la fórmula general (especialmente con $-b$ y b^2).
- No simplificar la ecuación antes de empezar, perdiendo tiempo valioso.
- Calcular la solución completa cuando solo te preguntan *cuántas* soluciones hay (usa Δ).
- Olvidar que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

Estrategias Infalibles

1. **IDENTIFICAR:** ¿Es realmente cuadrática (grado 2)?
2. **SIMPLIFICAR:** Divide por el factor común más grande.
3. **DECIDIR:** ¿Factorización (rápido) o Fórmula General (seguro)?
4. **VERIFICAR:** Si el tiempo lo permite, sustituye una de tus respuestas en la ecuación original.



PRO-TIP PARA OPCIÓN MÚLTIPLE

Si el examen te da las posibles respuestas (incisos a, b, c, d), a veces es más rápido **sustituir las opciones en la ecuación** para ver cuál funciona, en lugar de resolverla desde cero.

Has Conquistado la Curva: Tu Progreso y lo que Sigue

Resumen de Logros

- ✓ Productos notables y factorización dominados.
- ✓ Dos métodos para resolver cualquier ecuación cuadrática.
- ✓ Interpretación geométrica y el poder del discriminante comprendidos.
- ✓ Problema tipo examen resuelto con estrategia y velocidad.

Tu Mapa de Progreso

~~Video 35: Sistemas (2.6-2.7)~~ ✓

Video 36: Cuadráticas (2.8-2.9) ✓

SIGUIENTE →


Video 37: Proporcionalidad (2.10-2.11)



Avance del Próximo Tema


De las curvas matemáticas pasamos a las relaciones proporcionales. Prepárate para dominar las reglas de tres y su representación en el plano cartesiano.

Suscríbete y activa la campanita para el Video 37.



 **Recursos Adicionales:** cyberedumx.com/cuadraticas

 **Contacto:** JoseLuisGlez@cyberedumx.com |  **WhatsApp:** 55 2726 22 47

 NotebookLM