

El Kit de Herramientas del Geómetra



Dominando la Semejanza y el Teorema de Pitágoras



Serie: Matemáticas Integral - Geometría
Video 41 de 48 | Temas 4.3 y 4.4

De las Figuras a las Proporciones

Ya conocemos las figuras básicas. Ahora descubriremos cuándo dos figuras son esencialmente la “misma” pero en diferente tamaño, y desvelaremos la relación matemática más famosa de la historia para medir distancias con precisión.



Misma Forma, Distinto Tamaño



1. Herramienta 1: Semejanza

El arte de la comparación proporcional.



2. Herramienta 2: Pitágoras

La ley de la precisión en ángulos rectos.



3. Síntesis Maestra

Combinando ambas herramientas para resolver problemas complejos.

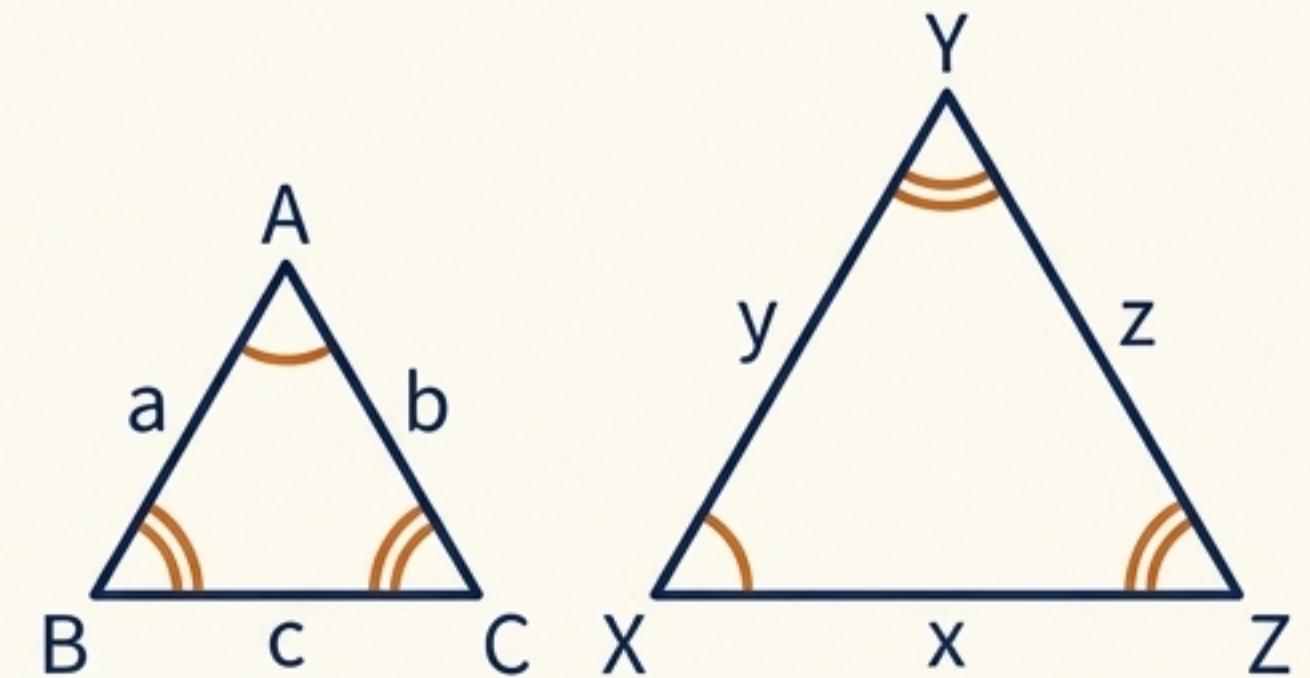
Herramienta 1: El Poder de la Semejanza



¿Qué es la Semejanza?

Dos triángulos son **SEMEJANTES** si tienen:

- **Misma forma** (todos sus ángulos correspondientes son iguales).
- **Diferente tamaño** (sus lados correspondientes son proporcionales).



Los 3 Criterios para Demostrar Semejanza



1. Ángulo-Ángulo-Ángulo (AAA)

Si los tres ángulos de un triángulo son iguales a los tres ángulos del otro, son semejantes.

Ejemplo: Un triángulo de $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ siempre será semejante a cualquier otro triángulo de $30^\circ-60^\circ-90^\circ$.

2. Lado-Ángulo-Lado (LAL)

Si dos triángulos tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.

Ejemplo: $\angle A = \angle X$ y además $(AB/XY) = (AC/XZ)$.

3. Lado-Lado-Lado (LLL)

Si los tres lados de un triángulo son proporcionales a los tres lados del otro.

Ejemplo: $(AB/XY) = (BC/YZ) = (AC/XZ)$.



**La Razón de Semejanza (k)

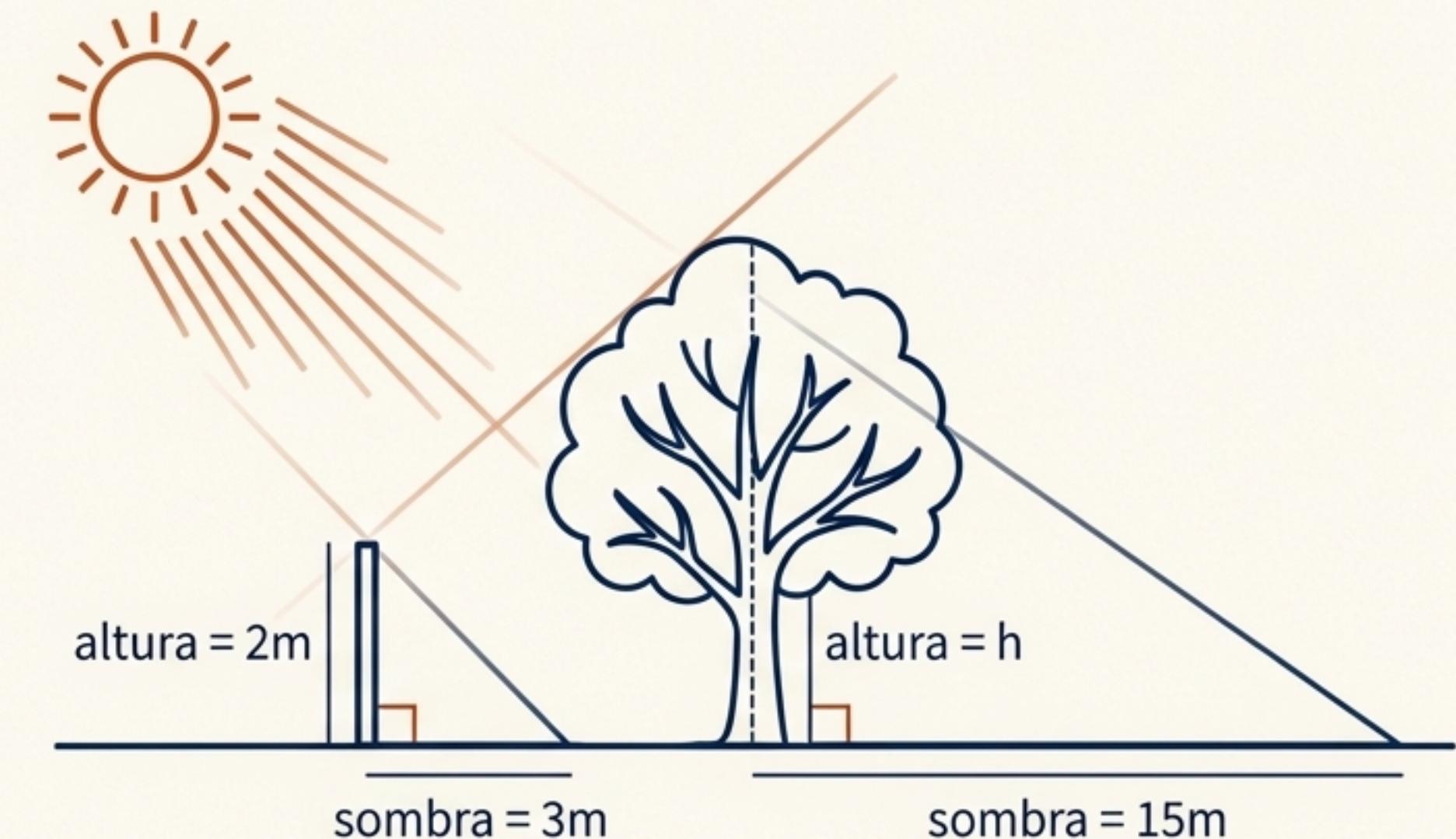
Es el factor de escala; el número por el que se multiplican los lados de un triángulo para obtener los del otro.



Aplicación: El Reto de las Sombras

Un poste vertical de 2 metros de altura proyecta una sombra de 3 metros en el suelo. Al mismo tiempo, un árbol cercano proyecta una sombra de 15 metros.

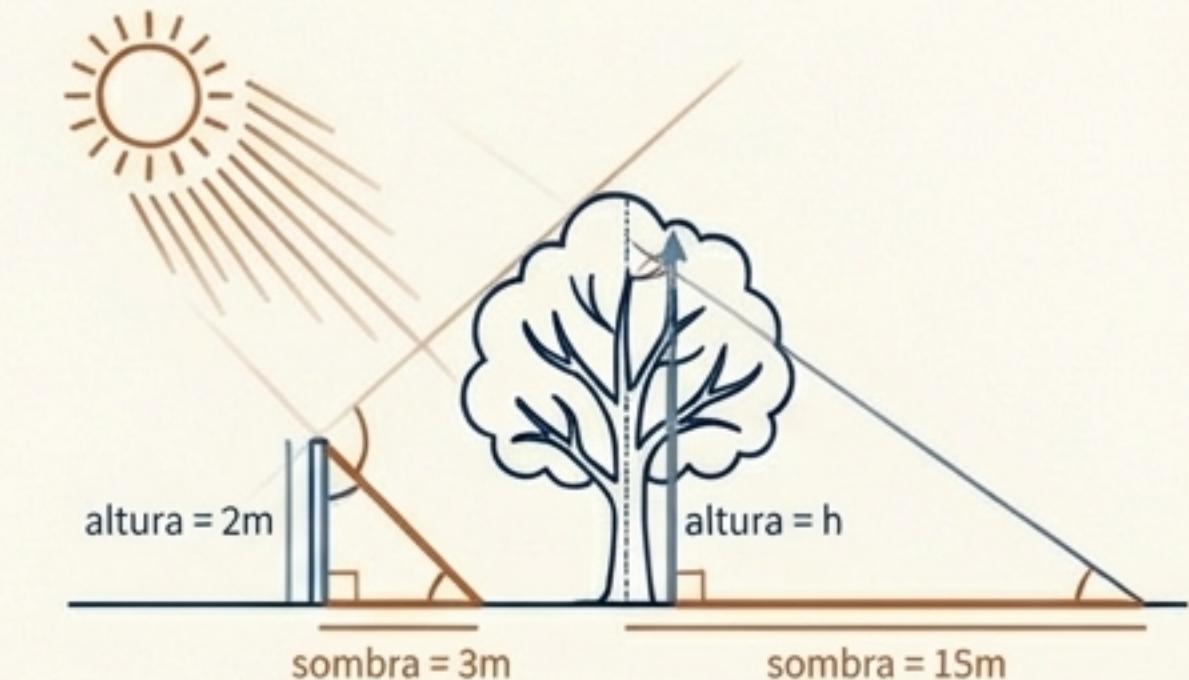
¿Cuál es la altura (h) del árbol?

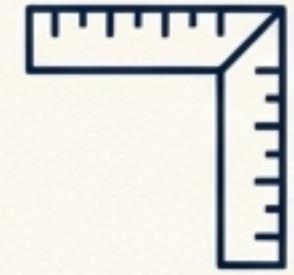


Solución Rápida: Usando la Proporción



1. **Identificar Semejanza:** Los triángulos formados por el poste y el árbol son semejantes (criterio AAA, ya que el sol está en la misma posición y ambos son verticales).
2. **Establecer la Proporción:** La razón 'altura / sombra' debe ser constante para ambos.
$$(\text{Altura del poste}) / (\text{Sombra del poste}) = (\text{Altura del árbol}) / (\text{Sombra del árbol})$$
3. **Sustituir y Calcular:**
$$2 / 3 = h / 15$$
$$h = (2 \times 15) / 3$$
$$h = 10 \text{ metros}$$
4. **Verificar:** La razón 2:3 es la misma que 10:15. ¡Correcto!





Herramienta 2: La Precisión del Teorema de Pitágoras

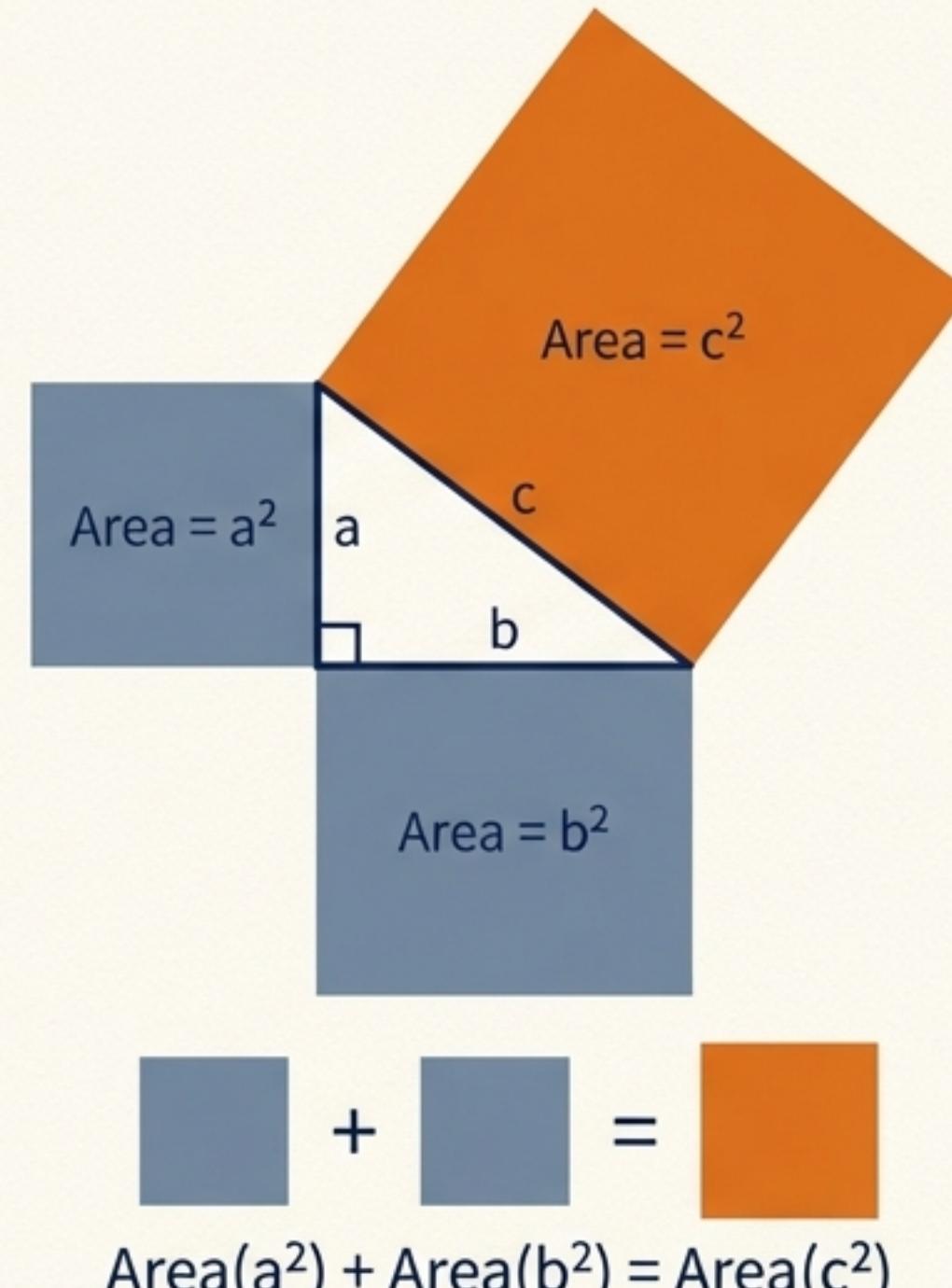


El Teorema Más Famoso

En todo triángulo **RECTÁNGULO**...

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}_1^2 + \text{Cateto}_2^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



El Secreto de los Expertos: Tríadas Pitagóricas

Ciertas combinaciones de lados en triángulos rectángulos aparecen constantemente. ¡Memorízalas para resolver problemas en segundos!



Las 4 Tríadas Esenciales

- **3 - 4 - 5** (y sus múltiplos: 6-8-10, 9-12-15...)
*Cálculo: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$
- **5 - 12 - 13**
*Cálculo: $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$
- **8 - 15 - 17**
*Cálculo: $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$
- **7 - 24 - 25**
*Cálculo: $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$

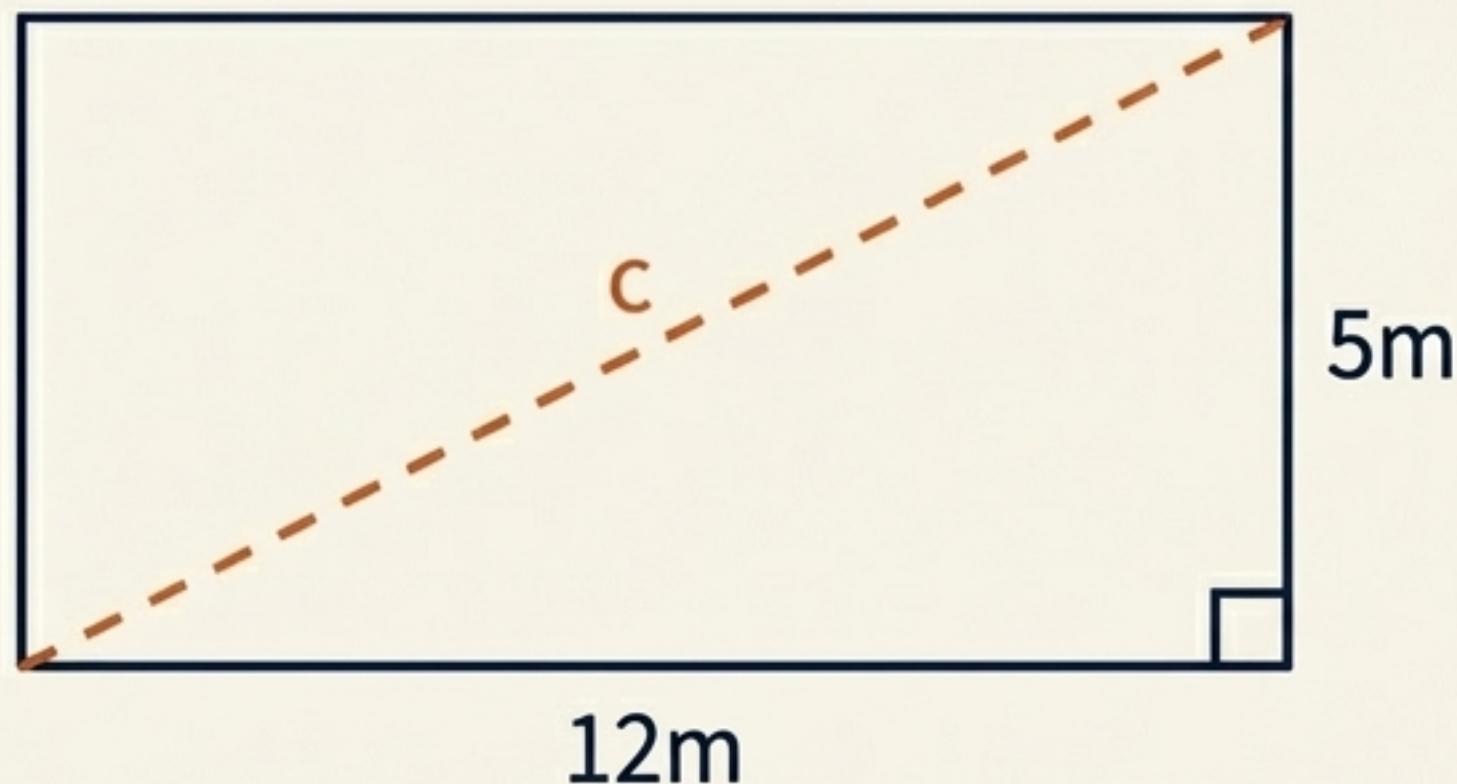


TRUCO EXAMEN

Si en un problema los lados son 3 y 4, ¡sospecha inmediatamente que la hipotenusa es 5! Ahorrarás tiempo de cálculo.

🔍 Aplicación: Calculando la Distancia Más Corta

Un campo de fútbol rectangular mide 12 metros de largo por 5 metros de ancho. ¿Cuál es la longitud exacta de su diagonal?



La Solución Rápida

1. **Identificar el Triángulo:** La diagonal 'c' es la hipotenusa. Los catetos son $a=5\text{m}$ y $b=12\text{m}$.
2. **Aplicar Pitágoras:** $c^2 = 5^2 + 12^2$
3. **Calcular:** $c^2 = 25 + 144 = 169$
4. **Resolver:** $c = \sqrt{169} = 13$ metros

Verificación Maestra: ¡Los lados 5, 12 y 13 forman una triada pitagórica! La respuesta era predecible.

Síntesis: Integrando el Kit de Herramientas

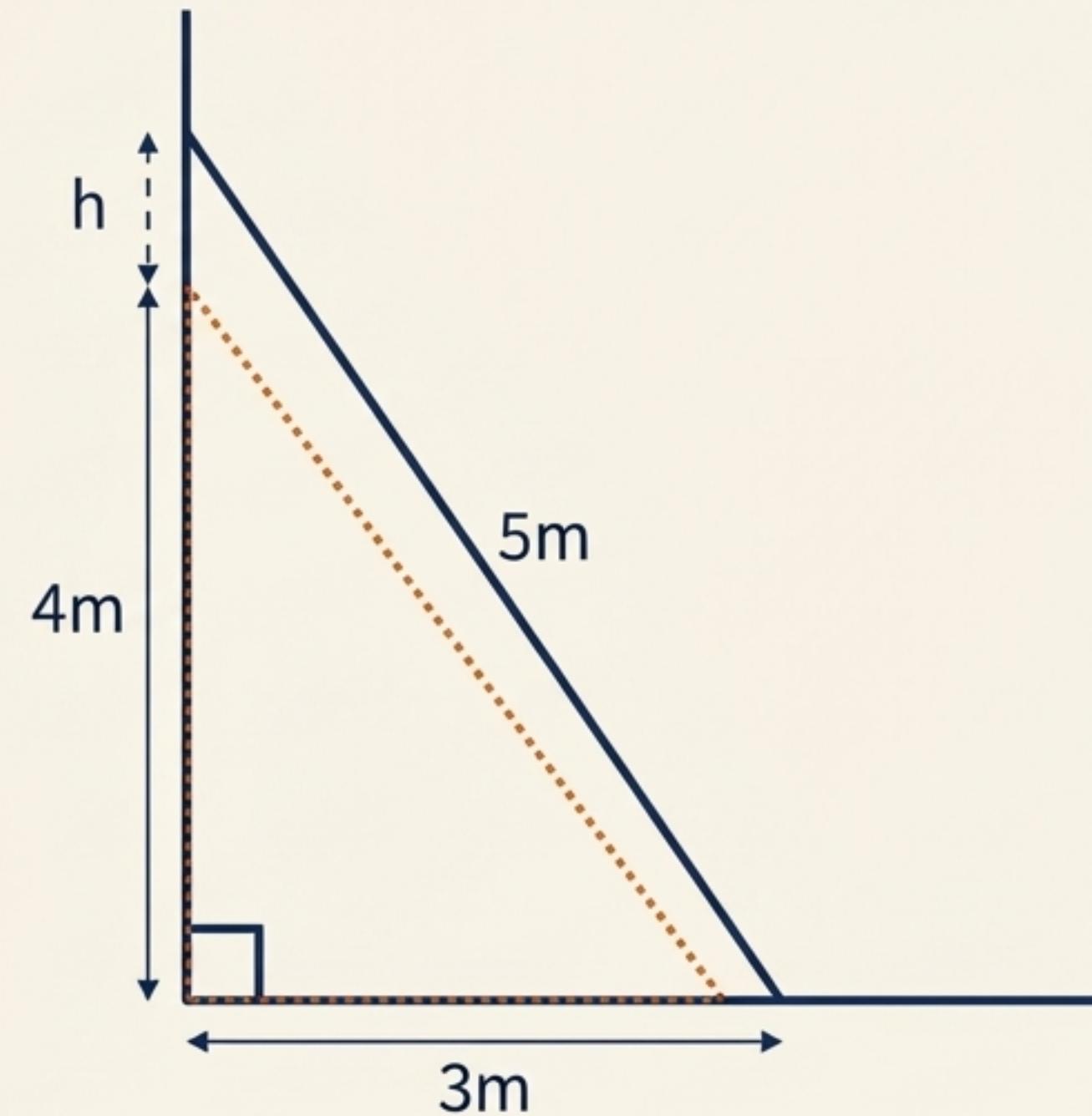


El Reto Final

Una escalera de 5 metros de largo se apoya contra una pared vertical. Su base está a 3 metros de distancia de la pared.

a) [Usa Pitágoras] ¿Qué altura alcanza la escalera en la pared?

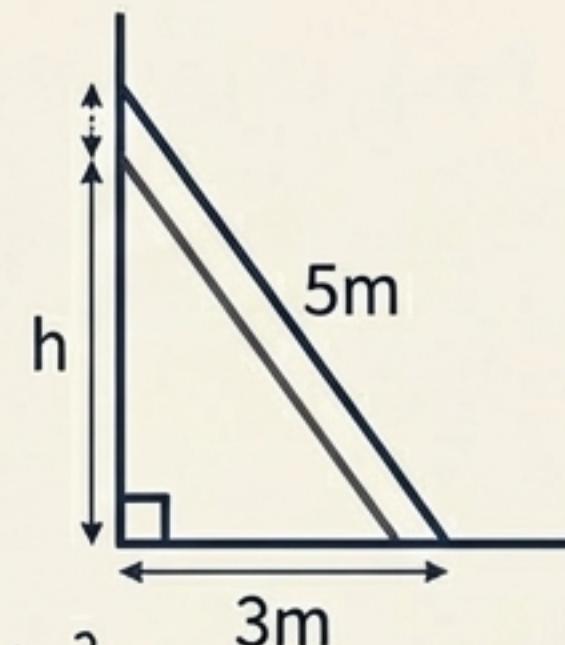
b) [Usa Semejanza] ¿Si otra escalera, apoyada con la misma base de 3m, alcanzara una altura de 4m, los dos triángulos formados serían semejantes?



Solución Maestra: Combinando Precisión y Proporción

Resolución Parte (a) - Usando Pitágoras

Tenemos un triángulo rectángulo con hipotenusa (escalera) = 5m y un cateto (base) = 3m. Buscamos el otro cateto (altura).



$$\text{Altura}^2 = \text{Hipotenusa}^2 - \text{Cateto}^2$$

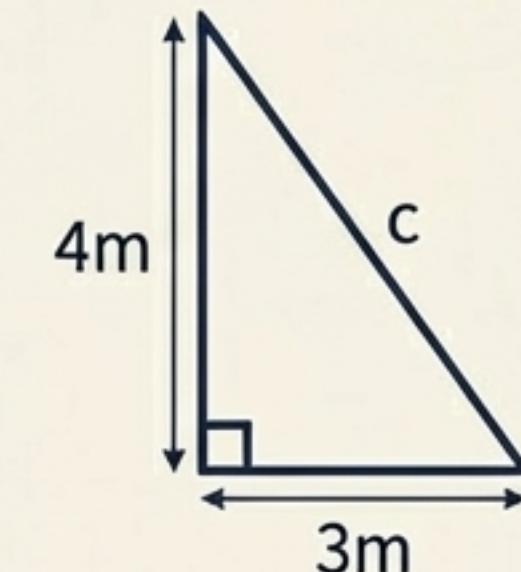
$$h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$h = \sqrt{16} = \mathbf{4 \text{ metros}}$$

¡Es la triada 3-4-5!

Resolución Parte (b) - Usando Semejanza

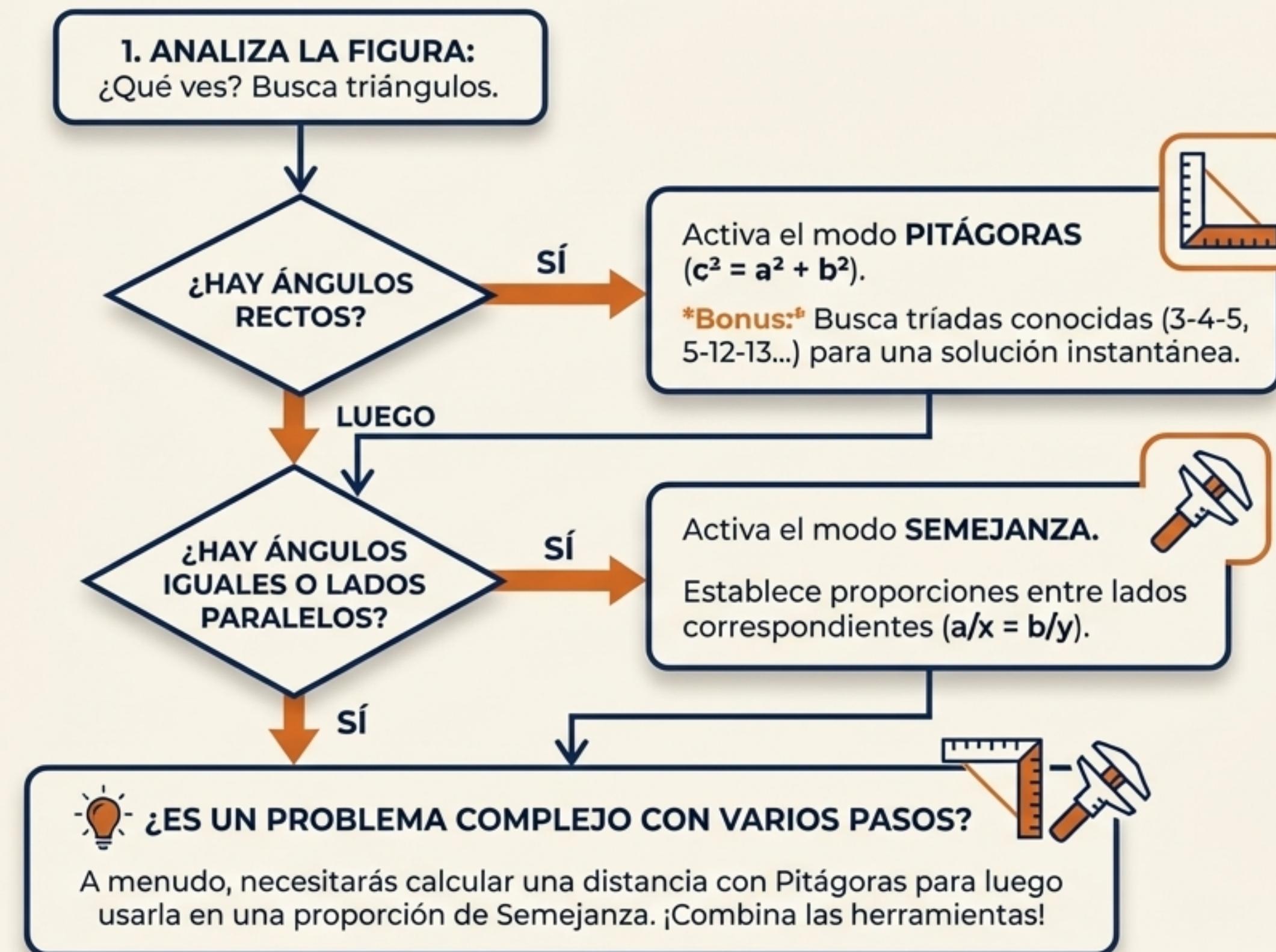
Comparamos el Triángulo 1 (lados 3, 4, 5) con el Triángulo 2 propuesto (base 3, altura 4).



$$c = \sqrt{(3^2+4^2)} = \sqrt{25} = 5 \text{ m.}$$

El Triángulo 2 también tiene lados 3, 4 y 5. Por lo tanto, no solo son semejantes, ¡son idénticos (congruentes)!

Estrategia de Dominio Geométrico: Tu Plan de Ataque



Misión Cumplida y Próximo Horizonte

Logros de esta Sesión (Temas 4.3-4.4)

- ✓ Dominas los criterios de semejanza de triángulos.
- ✓ Aplicas el Teorema de Pitágoras con confianza.
- ✓ Resolviste un problema combinado en tiempo récord.
- ✓ Memorizaste las tríadas pitagóricas esenciales.

Próximo en Geometría: TEMA 4.5 - TRIGONOMETRÍA BÁSICA

Hemos visto las relaciones de lados. Ahora exploraremos las relaciones entre lados y ángulos.

Seno, Coseno, Tangente.



Adelanto Video 42: “RAZONES TRIGONOMÉTRICAS - El lenguaje de los ángulos”

De las proporciones a las funciones angulares. ¡Prepárate para el siguiente nivel!